

L'épreuve comporte deux exercices et un problème. L'utilisation de la calculatrice et du matériel usuel de géométrie est autorisée.

**Exercice 1 : 5 points**

Les âges des 40 électeurs d'un bureau de vote sont compris entre 20 et 50 ans. On les regroupe en classes d'amplitude 5.

Les effectifs des électeurs des tranches d'âges  $[20, 35[$  et  $[35, 50[$  sont respectivement 21 et 19.

Les classes modales de cette série sont  $[30, 35[$  et  $[35, 40[$  et ont pour effectifs respectifs 10.

Les 3 électeurs de la classe  $[20, 25[$  et les 2 électeurs de la classe  $[45, 50[$  sont les seules femmes de ce bureau de vote.

- 1) Dresser le tableau des effectifs de cette série regroupée en classes. 1,5pts
- 2) Construire le polygone des effectifs cumulés décroissants (1cm pour 5 unités). 1,5pts
- 3) Déterminer graphiquement et par calculs la médiane de cette série. 1pt
- 4) Les 4 premiers votants de ce bureau seront réunis pour former un comité de surveillance.
  - a) Déterminer le nombre de comités possibles. 0,5pt
  - b) Déterminer le nombre de comités comportant 2 femmes. 0,5pt

**Exercice 2 : 4 points**

ABC est un triangle tel que  $AB=4$ ,  $BC=7$  et  $AC=9$ .

- 1) a) Montrer que  $BC^2 = AB^2 - 2\overline{AB} \cdot \overline{AC} + AC^2$ . 0,75pt  
 b) En déduire la valeur de  $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$ . 0,5pt
- 2) Calculer la valeur de  $\cos(\overline{AB}, \overline{AC})$ . 0,75pt
- 3) Soit  $\alpha$  un réel de l'intervalle  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  tel que  $\cos \alpha = \frac{2}{3}$ .
  - a) Calculer  $\cos 3\alpha$ . 1pt
  - b) Résoudre dans  $[0, 2\pi[$  l'équation  $\cos 3x = \frac{2}{3}$ . 1pt

**PROBLEME 11 points**

Le problème comporte trois parties qui peuvent être traitées indépendamment.

**PARTIE A 6 points**

On considère la fonction numérique  $f$  d'une variable réelle  $x$  dont le tableau de variation est donné ci-dessous :

$x$	$-\infty$	$-2$	$-1$	$0$	$+\infty$
$f'(x)$	-	$\emptyset$	+	$\emptyset$	-
$f(x)$	$+\infty$	$2$	$+\infty$	$-2$	$-\infty$

On désigne par  $(C_f)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de  $f$ . **0,25pt**
- 2) Déterminer le signe de  $f(x)$  pour  $x \in ]-1, +\infty[$ . **0,25pt**
- 3) Déterminer une asymptote à  $(C_f)$ . **0,25pt**
- 4) Déterminer une équation de la tangente à  $(C_f)$  au point d'abscisse  $-2$ . **0,5pt**
- 5) On suppose que  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$ .
  - a) Montrer que  $(a,b,c)$  est solution du système ci-dessous : **0,75pt**  
$$\begin{cases} y + z = -2 \\ x - z = 0 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}, \quad \text{d'inconnue } (x,y,z).$$
  - b) En déduire  $a, b$  et  $c$ . **1pt**
- 6) On suppose que  $f(x) = \frac{-x^2-2x-2}{x+1}$ .
  - a) Montrer que la droite d'équation  $y = -x - 1$  est une asymptote à  $(C_f)$  en  $-\infty$  et  $+\infty$ . **1pt**
  - b) Montrer que le point  $\Omega(-1,0)$  est un centre de symétrie de  $(C_f)$ . **1pt**
  - c) Construire  $(C_f)$  dans le repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . **1pt**

### PARTIE B 2points

On considère les points  $A(0,3)$  ;  $B(-2, -5)$  et  $C(3,0)$ .

- 1) Placer les points  $A, B$  et  $C$  dans un repère orthonormé d'unité  $1\text{cm}$ . **0,75pt**
- 2) Quelle est la nature du triangle  $ABC$  ? **0,5pt**
- 3) Soit  $\Gamma$  le cercle circonscrit au triangle  $ABC$ . Donner une équation cartésienne de  $\Gamma$  et le construire. **0,75pt**

### PARTIE C 3points

On considère la suite  $u$  définie par  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n-1}{u_n+1} \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ , et on pose  $v_n = \frac{1}{u_n-1}$ .

- 1) Montrer  $(v_n)$  est une suite arithmétique de raison  $\frac{1}{2}$ . Préciser son premier terme. **1,5pt**
- 2) Exprimer  $(v_n)$ , puis  $(u_n)$  en fonction de  $n$ . **1pt**
- 3) Exprimer en fonction de  $n$  la somme  $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$ . **0,5pt**